**1.** Рассматривается начально-краевая задача для уравнения теплопроводности в полосе:

$$u_t = u_{xx} + u_{yy}, \quad t > 0, \quad x \in R, \quad 0 < y < \ell,$$

$$u(x, y, 0) = \varphi(x, y),$$

$$u(x, 0, t) = u(x, \ell, t) = 0 - \quad \text{для} \quad I \quad \text{варианта}$$

$$u_y(x, 0, t) = u_y(x, \ell, t) = 0 - \quad \text{для} \quad II \quad \text{варианта}$$

А) Построить ядро Пуассона этой задачи как произведение одномерных ядер Пуассона.

Б) Построить ядро Пуассона методом отражения.

В) Найти решение, применив преобразование Фурье по переменной $x$:

$$u(x, y, t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \widehat{u}(\alpha, y, t) e^{i\alpha x} d\alpha \tag{3.1}$$

$$\varphi(x, y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \widehat{\varphi}(\alpha, y) e^{i\alpha x} d\alpha$$

$$\widehat{\varphi}(\alpha, y) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \varphi(s, y) e^{-i\alpha s} ds \tag{3.2}$$

Получить для $\widehat{u}(\alpha, y, t)$ начально-краевую задачу на отрезке $[0, \ell]$. Решив эту задачу, выразить $\widehat{u}(\alpha, y, t)$ через $\widehat{\varphi}(\alpha, \eta)$.

С помощью (3.2), (3.1) представить решение в следующем виде:

$$u(x, y, t) = \int\limits_0^{\ell} d\eta \int\limits_{-\infty}^{+\infty} ds G(x, s, y, \eta, t) \varphi(s, \eta).$$

**2.** Построить ядро Пуассона уравнения теплопроводности в полуплоскости:

$$\Omega = \{(x, y) | x > 0\}$$

с краевыми условиями 1-го рода для I варианта и второго рода для II варианта.

**3.** Построить ядро Пуассона для уравнения теплопроводности в полуполосе:

$$\Omega = \{(x, y) | x > 0, y \in (0, \ell)\}$$

с краевыми условиями 1-го рода для I варианта и второго рода для II варианта. Решить задачу методом отражения тремя способами: 1) свести решение к случаю плоскости; 2) к уже решенной задаче 1; 3) к уже решенной задаче 2.

**4.** Чем объяснить, что ядро Пуассона для отрезка $[0, \ell]$ $P_{11}(x, s, t) \to 0$ при $t \to \infty$ а ядро $P_{22}(x, s, t) \to \dfrac{1}{\ell}$?