Работа в Classic Worksheet Maple

Classic Worksheet Maple – аналог режима интерфейса Worksheet Mode и режима ввода Text Mode в обычном Maple.

Работа в *Classic Maple* проходит в режиме сессии – пользователь вводит предложения (команды, выражения, процедуры), которые воспринимаются условно и обрабатываются *Maple*. Рабочее поле разделяется на три части:

1) область ввода - состоит из командных строк. Каждая командная строка начинается с символа >;
2) область вывода - содержит результаты обработки введенных команд в виде аналитических выражений, графических объектов или сообщений об ошибке;
3) область текстовых комментариев - содержит любую текстовую информацию, которая может пояснить выполняемые процедуры. Текстовые строки не воспринимаются *Maple* и никак не обрабатываются.

Для того чтобы переключить командную строку в текстовую, следует на *Панели инструментов* нажать мышью на кнопку 

Обратное переключение текстовой строки в командную осуществляется нажатием на *Панели инструментов* на кнопку 

Вставка текстового комментария перед рабочей группой: Insert->Paragraph->Before/After

---

Задание 1.

1. Запустите *Classic Worksheet Maple 11*.
2. После запуска *Classic Worksheet Maple* первая строка оказывается командной. Переведите ее в текстовую. Наберите в этой строке: «Тема 1 б)». Перейдите на следующую строку, нажав *Enter*.
3. На следующей строке наберите «Задание №1».
4. Сохраните свой файл на диске. Для этого в меню **Fail** выберите пункт **Save** и наберите имя вашего файла

В дальнейшем выполнение каждой лабораторной работы должно оформляться таким способом. В начале каждой лабораторной работы следует набирать текст: «Тема N», N – номер темы. Выполнение каждого задания следует начинать с текстового комментария: «Задание N».

Для правильности вычислений перед выполнением каждого пункта задания следует выполнять команду **`restart`**.

Перед выполнением контрольных заданий следует набирать в текстовом режиме «Контрольные задания». После окончания выполнения работы необходимо сохранить файл со всеми выполненными заданиями на диск.

Арифметические операции.
Целые и рациональные числа, константы в *Maple*
Синтаксис команд

Математические константы и арифметические операции.

Основные математические константы:

Pi – число π; **I** – мнимая единица *i*; **infinity** – бесконечность; **Gamma** – константа Эйлера; **true**, **false** – логические константы, обозначающие истинность и ложность высказывания.

Знаки арифметических операций:

+ - сложение; **–** - вычитание;

***** - умножение; **/** - деление;

^ - возведение в степень; **!** – факториал.

Знаки сравнения: **<, >, >=,<=, <>, =.**

Буквы греческого алфавита

В *Maple* можно записать буквы греческого алфавита в полиграфическом виде. Для этого в командной строке набирается название греческой буквы. Например, буква α получится, если набрать **alpha**.

Таблица строчных греческих букв и их названий:

α - alpha
β - beta
γ - gamma
δ - delta
ε - epsilon
ς - zeta
η - eta
θ - theta
ι - ita
κ - kappa
λ - lambda
ν - nu
μ - mu
ξ -xi
π - pi
ρ - rho
σ - sigma
υ - upsilon
ϕ - phi
χ - chi
ψ - psi
ω -omega

Заглавные греческие буквы можно записать, если набирать название греческой буквы с заглавной, например, чтобы получить Ω, следует набрать **Omega**. Греческие буквы также можно набирать с помощью специального меню.

Синтаксис команд.

Стандартная команда *Maple* состоит из имени команды и ее параметров, указанных в круглых скобках: **`command(p1, p2, …)`**. В конце каждой команды должен быть знак (**`;`**) или (**`:`**). Разделитель (**`;`**) означает, что в области вывода после выполнения этой команды будет сразу виден результат. Разделитель (**`:`**) используется для отмены вывода, то есть когда команда выполняется, но ее результат на экран не выводится.

Комплексные, целые и рациональные числа.

Числа в *Maple* бывают действительные (real) и комплексные (complex). Комплексное число записывается в алгебраической форме $z=x+iy$, и в командной строке такая запись должна выглядеть так:

```
> z:=x+I*y;
```

Вещественные числа разделяются на целые и рациональные. Целые числа (integer) выражаются цифрами в десятичной записи. Рациональные числа могут быть представлены в 3-х видах:

1) рациональной дроби с использованием оператора деления, например: **`28/70`**;
2) с плавающей запятой (float), например: **`2.3;`**
3) в показательной форме, например: **`1,602*10^(-19)`** означает $1{,}602\cdot10^{-19}$.

Для того, чтобы получить рациональное число не в точной форме, а в виде приближенного значения (числа с плавающей запятой), следует дописывать к целой части числа .0. Пример:

```
> 75/4;
```

$$\frac{75}{4}$$

```
> 75./4;
```

$$18.75000000$$

Другой способ вычисления приближенного значения числа или значения математического выражения – использование команды **`evalf`** в формате **`evalf(r)`** или в формате **`evalf[n](r)`**, где **`r`** – рациональное число, **`n`** – количество выводимых цифр после десятичной точки.

```
> evalf[20](1/3);
```

$$0.33333333333333333333$$

Задание 2.

1. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №2». После не забудьте перейти в режим командной строки.
2. Вычислите значение $\dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$. Для этого в командной строке наберите:

   ```
   > (sqrt(6+2*sqrt(5))-sqrt(6-2*sqrt(5)))/sqrt(3);
   ```

   и нажмите *Enter*. В результате получится точное значение $\frac{2}{3}\sqrt{3}$. Вычислите приближенное значение этого числа.
3. Наберите формулы $\omega=\dfrac{\theta}{t}$ и $|f(x)-\delta|<\varepsilon$. Для этого в командной строке наберите:

   ```
   > omega=theta/t; abs(f(x)-delta)<epsilon;
   ```

   нажмите *Enter*.

Стандартные функции

Вызов предыдущей команды

Символ процента (`%`) служит для вызова предыдущей команды. Этот символ играет роль краткосрочной замены предыдущей команды с целью сокращения записи. Пример использования (`%`):

```
> a+b;
```

$$a+b$$

```
> %+c;
```

$$a+b+c$$

Подключение пакетов с командами

Команды верхнего уровня, используемые наиболее часто, доступны непосредственно после запуска *Maple*.

Остальная часть команд и процедур *Maple* содержится в специальных библиотеках подпрограмм, называемых *пакетами*. Пакеты необходимо подгружать при каждом запуске файла с командами из этих библиотек. Имеется два способа вызова команды из пакета:

1) можно загрузить весь пакет командой **`with(package)`** где **`package`** – имя пакета;
2) вызов какой-нибудь одной команды **`command`** из любого пакета **`package`** можно осуществить, если набрать команду в специальном формате:

```
> package[command](options);
```

где вначале записывается название пакета **`package`**, из которого надо вызвать команду, а затем в квадратных скобках набирается имя самой команды **`command`**, и после чего в круглых скобках следуют параметры **`options`** данной команды.

К библиотекам подпрограмм *Maple* относятся, например, следующие пакеты: **`LinearAlgebra`** – содержит операции линейной алгебры; **`geometry`** – решение задач планиметрии; **`geom3d`** – решение задач стереометрии; **`student`** – содержит команды, позволяющие провести поэтапное решение задачи в аналитическом виде с промежуточными вычислениями.

Оператор присваивания

Для присвоения переменной заданного значения используется знак присвоить (**`:=`**). Например, присвоим переменной **`a`** значение 3:

```
> a:=3;
```

$$a := 3$$

Выведем на экран значение переменной **`a`**

```
> a;
```

$$3$$

Отмену присваивания можно осуществить командой **`unassign`**:

```
> unassign('a');
```

Выведем теперь на экран значение переменной **`a`**

```
> a;
```

$$a$$

Аналогичный результат даст использование команды **`restart`**, которая очищает память *Maple*, только при этом будут очищены значения всех переменных, значения которым было присвоено до этого.

Стандартные функции.

Стандартные функции *Maple*	
Математическая запись	Запись в *Maple*
e^x	**exp(x)**
$\ln x$	**ln(x)**
$\lg x$	**log10(x)**
$\log_a x$	**log[a](x)**
$\sqrt{x}$	**sqrt(x)**
$\sqrt[m]{x}$	**root(x,m);**
$\lvert x \rvert$	**abs(x)**
$\sin x$	**sin(x)**
$\cos x$	**cos(x)**
$\mathrm{tg}x$	**tan(x)**
$\mathrm{ctg}x$	**cot(x)**
$\sec x$	**sec(x)**
$\mathrm{cosec}x$	**csc(x)**
$\arcsin x$	**arcsin(x)**
$\arccos x$	**arccos(x)**
$\mathrm{arctg}x$	**arctan(x)**
$\mathrm{arcctg}x$	**arccot(x)**
$\mathrm{sh}x$	**sinh(x)**
$\mathrm{ch}x$	**cosh(x)**
$\mathrm{th}x$	**tanh(x)**
$\mathrm{cth}x$	**coth(x)**
$\delta(x)$ - функция Дирака	**Dirac(x)**
$\theta(x)$ - функция Хевиссайда	**Heaviside(x)**

Maple содержит огромное количество специальных функций, таких, как Бесселевы функции, Эйлеровы бета- и гамма – функции, интеграл ошибок, эллиптические интегралы, различные ортогональные полиномы.

С помощью функции **exp(x)** определяется число e=2.718281828… посредством записи **exp(1)**.

Задание 3.

1. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №3». После не забудьте перейти в режим командной строки.
2. Вычислите $\cos\frac{\pi}{3}+\mathrm{tg}\frac{14\pi}{3}$. Для этого наберите в командной строке:

```
> cos(Pi/3)+tan(14*Pi/3);
```

Нажмите *Enter*. В результате в области вывода должно появиться число: $\frac{1}{2}-\sqrt{3}$

Преобразование математических выражений

Maple обладает широкими возможностями для проведения аналитических преобразований математических формул. К ним относятся такие операции, как приведение подобных, разложение на множители, раскрытие скобок, приведение рациональной дроби к нормальному виду и многие другие.

Выделение правой и левой частей выражений (`lhs, rhs`)

Математическая формула, над которой будут производиться преобразования, записывается в следующей форме: `> expr:=expr1=expr2;` где **`expr`** – произвольное имя выражения, **`expr1`** – условное обозначение левой части формулы, **`expr2`** – условное обозначение правой части формулы.

Выделение правой части выражения осуществляется командой **`rhs`**, выделение левой части выражения – командой **`lhs`**. Рассмотрим пример:

```
> expr:=a^2-b^2=c;
```

$$expr := a^2 - b^2 = c$$

```
> lhs(expr);
```

$$a^2 - b^2$$

```
> > rhs(expr);
```

$$c$$

Выделение числителя и знаменателя рациональной дроби (`numer, denom`), приведение дроби к нормальному виду (`normal`)

Если задана рациональная дробь вида *a/b*, то можно выделить ее числитель и знаменатель с помощью команд **`numer`** и **`denom`**, соответственно. Пример:

```
> f:=(a^2+b)/(2*a-b);
```

$$f := \frac{a^2 + b}{2\,a - b}$$

```
> numer(f);
```

$$a^2 + b$$

```
> denom(f);
```

$$2\,a - b$$

Дробь можно привести к нормальному виду с помощью команды **`normal`**. Например:

```
> f:=(a^4-b^4)/((a^2+b^2)*a*b);
```

$$f := \frac{a^4 - b^4}{(a^2 + b^2)\,a\,b}$$

```
> normal(f);
```

$$\frac{a^2 - b^2}{b\,a}$$

Раскрытие скобок в выражении (`expand`)

Раскрытие скобок выражения **`eq`** осуществляется командой **`expand`**. Пример:

```
> expr:=(x+1)*(x-1)*(x^2-x+1)*(x^2+x+1);
```

$$expr := (x+1)\,(x-1)\,(x^2 - x + 1)\,(x^2 + x + 1)$$

```
> expand(expr);
```

$$x^6 - 1$$

Команда **expand** может иметь дополнительный параметр, позволяющий при раскрытии скобок оставлять определенное выражение без изменений. Например, пусть требуется каждое слагаемое выражения $\ln x + e^x - y^2$ умножить на выражение $(x+a)$. Тогда в командной строке следует написать:

```
> expand((x+a)*(ln(x)+exp(x)-y^2),(x+a));
```

$$(x+a)\ln(x)+(x+a)\,e^x-(x+a)\,y^2$$

Преобразование выражений (combine)

Значение команды **combine** – преобразовывать выражения, например, со степенями. Вычислим $\sin^4\frac{\pi}{8}+\cos^4\frac{3\pi}{8}+\sin^4\frac{5\pi}{8}+\cos^4\frac{7\pi}{8}$.

```
> combine((sin(Pi/8))^4+(cos(3*Pi/8))^4+(sin(5*Pi/8))^4+
(cos(7*Pi/8))^4);
```

$$\frac{3}{2}$$

Объединить показатели степенных функций или понизить степень тригонометрических функций можно при помощи команды **combine(eq,param)**, где **eq** – выражение, **param** – параметры, указывающие, какой тип функций преобразовать, например, **trig** – для тригонометрических, **power** – для степенных. Пример:

```
> combine(4*sin(x)^3, trig);
```

$$-\sin(3x)+3\sin(x)$$

Разложение многочлена на множители (factor)

Разложение многочлена на множители осуществляется командой **factor**. Пример:

```
> p:=x^5-x^4-7*x^3+x^2+6*x;
```

$$p := x^5-x^4-7x^3+x^2+6x$$

```
> factor(p);
```

$$x(x-1)(x-3)(x+2)(x+1)$$

Упрощение выражений (simplify)

Упрощение выражений осуществляется командой **simplify**. Пример:

```
> eq:=(cos(x)-sin(x))*(cos(x)+sin(x)):
> simplify(eq);
```

$$2\cos(x)^2-1$$

В команде **simplify** в качестве параметров можно указать, какие выражения преобразовывать. Например, при указании **simplify(eq,trig)** будет производиться упрощение при использовании большого числа тригонометрических соотношений. Стандартные параметры имеют названия: **power** – для степенных преобразований; **radical** или **sqrt** – для преобразования корней; **exp** – преобразование экспонент; **ln** – преобразование логарифмов. Использование параметров намного увеличивает эффективность команды **simplify**.

Приведение подобных (collect)

Приведение подобных членов в выражении осуществляется командой **collect(exp,var)**, где **exp** – выражение, **var** – имя переменной, относительно которой следует собирать подобные.

```
> f := a*ln(x)-ln(x)*x-x;
```

$$f := a\ln(x) - \ln(x)\,x - x$$

```
> collect(f,ln(x));
```

$$(a - x)\ln(x) - x$$

Конвертация выражений

С помощью команды **convert(exp, param)**, где **exp** – выражение, которое будет преобразовано в указанный тип **param**. В частности, можно преобразовать выражение, содержащее sin*x* и cos*x*, в выражение, содержащее только tg*x*, если указать в качестве параметра **tan**, или, наоборот, tg*x*, ctg*x* можно перевести в sin*x* и cos*x*, если в параметрах указать **sincos**.

Вообще, команда **convert** имеет более широкое назначение. Она осуществляет преобразование выражения одного типа в другой. Например: **convert(list, vector)** – преобразование некоторого списка **list** в вектор с теми же элементами; **convert(expr, string)** – преобразование математического выражения в его текстовую запись. Для вызова подробной информации о назначении параметров команды **convert** следует обратиться к справочной системе.

Задание 4.

1. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №4». После не забудьте перейти в режим командной строки. Перед выполнением каждого пункта этого задания обязательно набирайте команду обновления **restart;**
2. Разложить полином на множители $p = x^3 + 4x^2 + 2x - 4$. Для этого наберите в командной строке:
   ```
   > factor(x^3+4*x^2+2*x-4);
   ```
   После нажатия клавиши *Enter* должно получиться $(x+2)(x^2+2x-2)$.
3. Упростить выражение $\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\sin 2x-\cos 2x}$. Наберите:
   ```
   > eq:=(1+sin(2*x)+cos(2*x))/(1+sin(2*x)-cos(2*x)):
   > convert(eq, tan):
   > eq=normal(%);
   ```
   $$\frac{1+\sin(2x)+\cos(2x)}{1+\sin(2x)-\cos(2x)} = \frac{1}{\tan(x)}.$$
4. Упростить выражение $3(\sin^4 x+\cos^4 x)-2(\sin^6 x+\cos^6 x)$. Для этого наберите:
   ```
   > eq:=3*(sin(x)^4+cos(x)^4)-2*(sin(x)^6+cos(x)^6):
   > eq=combine(eq, trig);
   ```
   $$3\sin(x)^4 + 3\cos(x)^4 - 2\sin(x)^6 + \cos(x)^6 = 1$$
5. Выполните все контрольные задания. Перед их выполнением не забудьте набрать в текстовом режиме «Контрольные задания». Результаты выполнения заданий покажите преподавателю.
6. Сохраните файл со всеми выполненными заданиями на диск.

Операции оценивания

Оценивание вещественных выражений.

В *Maple* имеются следующие команды оценивания вещественных выражений:

frac(expr) – вычисление дробной части выражения **expr**;
trunc(expr) – вычисление целой части выражения **expr**;
round(expr) – округление выражения **expr**;

Оценивание комплексных выражений.

Вещественную и мнимую части комплексного выражения $z=x+iy$ можно найти с помощью команд **Re(z)** и **Im(z)**. Например:

```
> z:=3+I*2:
> Re(z);Im(z);
```

3, 2

Если $z=x+iy$, то комплексно сопряженное ему выражение $w=z^*=x-iy$ можно найти с помощью команды **conjugate(z)**. Продолжение предыдущего примера:

```
w:=conjugate(z);
```

$w := 3 - 2I$

Модуль и аргумент комплексного выражения **z** можно найти с помощью команды **polar(z**. Например:

```
> polar(I);
```

$$\mathrm{polar}\left(1, \frac{1}{2}\pi\right)$$

В строке вывода в скобках через запятую указаны модуль числа i, равный единице и его аргумент, равный $\pi/2$.

Если комплексное выражение очень сложное или содержит параметры, то команды **Re(z)** и **Im(z)** не дают требуемого результата. Получить вещественную и мнимую части комплексного выражения **z** можно, если использовать команду преобразования комплексных выражений **evalc(z)**. Например:

```
> z:=ln(1-I*sqrt(3))^2;
```

$$z := \ln(1 - I\sqrt{3})^2$$

```
> evalc(Re(z)); evalc(Im(z));
```

$$\frac{1}{4}\ln(4)^2 - \frac{1}{9}\pi^2$$

$$-\frac{1}{3}\ln(4)\pi$$

Задание 4.

1. Дано число $a=57/13$. Найти его целую часть x и дробную часть y и убедиться, что $a=x+y$. Наберите:

```
> a:=57/13:
> y:=frac(a);
```

$$\frac{5}{13}$$

```
> x:=trunc(a);
```

$$4$$

```
> x+y;
```

$$\frac{57}{13}$$

2. Дано комплексное число $z = \frac{2-3i}{1+4i} + i^6$. Найти его вещественную и мнимую части, а затем комплексно сопряженное ему число w и убедиться, что $w+z=2\mathrm{Re}(z)$.

В командной строке наберите:

```
> z:=(2-3*I)/(1+4*I)+I^6:
```

```
> Re(z); Im(z);
```

$$-\frac{27}{17}$$

$$-\frac{11}{17}$$

```
> w:=conjugate(z);
```

$$w := -\frac{27}{17} + \frac{11}{17} I$$

```
> z+w;
```

$$-\frac{54}{17}$$

3. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 - i\sqrt{3}$ и вычислить z^4. Наберите:

```
> z:=-1-I*sqrt(3):
> polar(z);
```

$$\mathrm{polar}\left(2, -\frac{2}{3}\pi\right)$$

Чему равен модуль и аргумент этого числа?

```
> evalc(z^4);
```

$$-8 - 8\sqrt{3} I$$

Литература

Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в *Maple*: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.