Лабораторная работа № 4.

Моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту .

Рассмотрим случай движения тела, брошенного под углом к горизонту, происходящего только под действием силы тяжести (*трением пренебрегаем*!). В этом случае одной координаты для описания движения недостаточно. Необходимо ввести систему координат *xOy*, при этом ось *Ox* направляют горизонтально, а ось *Oy* – вертикально вверх или вниз. Теперь положение тела задается двумя координатами (*x, y*), каждая из которых с течением времени будет изменяться. Закон изменения координат можно установить из следующих соображений.

Поскольку мы считаем, что никакие силы, кроме силы тяжести на тело не действуют, движение вдоль оси *Ox* будет равномерным, и абсцисса тела меняется по закону $x = \mathrm{v}_x t$, где $\mathrm{v}_x = \mathrm{v}_{ox} = const$ - проекция скорости на ось *Ox*.

Сила тяжести, действующая на тело, сообщает ему ускорение $\vec{g}$, направленное, как и сама сила, вертикально вниз. Поэтому проекция скорости на ось *Oy* будет меняться по закону $\mathrm{v}_y = \mathrm{v}_{oy} + g_y t$, где v_{oy}, g_y - проекция начальной скорости и ускорения свободного падения на эту ось, а ордината тела с течением времени изменяется как

$$y = y_o + \mathrm{v}_{oy} t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

Уравнение траектории, т.е. зависимость *y*(*x*), можно найти, исключив время из последнего выражения. Выразим время через абсциссу: $t = x/\mathrm{v}_{ox}$ и подставим в уравнение ординаты:

$$y = y_o + \frac{\mathrm{v}_{oy}}{\mathrm{v}_{ox}} x + \frac{g_y}{2} \cdot \frac{x^2}{\mathrm{v}_{ox}^2},$$

где знаки проекций v_{ox}, v_{oy}, g_y зависят от направления осей координат. В каждой точке траектории скорость тела направлена по касательной к ней и может быть разложена на две составляющие $\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}_x + \vec{\mathrm{v}}_y$, где $\vec{\mathrm{v}}_x = \vec{\mathrm{v}}_{ox}$. Модуль скорости при этом $\mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_{ox}^2 + \mathrm{v}_y^2}$.

В данной работе можно проследить за взаимосвязями следующих величин: *x* и *t*, *y* и *t*, *y* и *x*, а кроме того, установить, как зависит дальность полета тела от угла, под которым его бросают, и от величины его начальной скорости.

Загрузка файла таблицы.

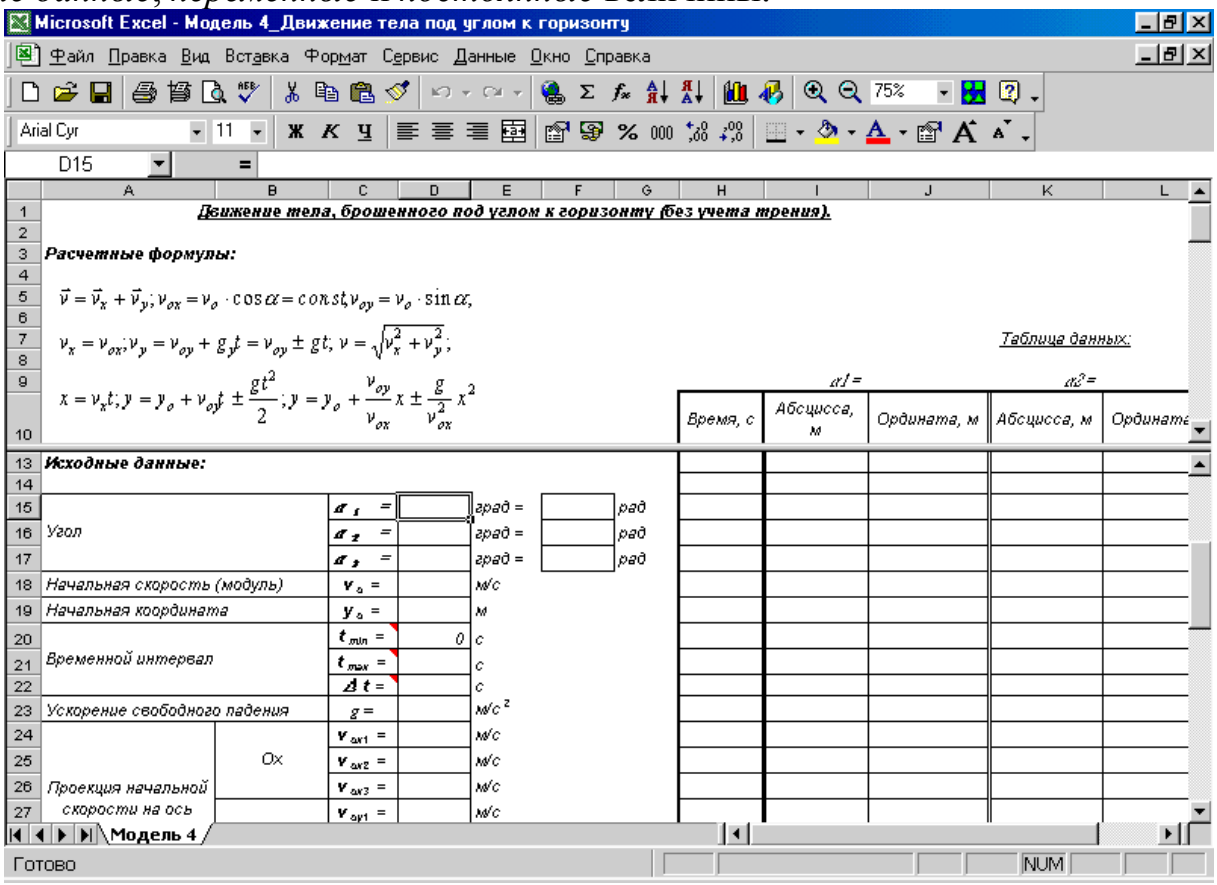
1. Запустить *Excel.*
2. Открыть шаблон *Модель 4_Движение тела под углом к горизонту.xlt.*

Для построения траектории движения тела нужны формулы, позволяющие рассчитать координаты точки в различные моменты времени:

$$\begin{cases} x = \mathrm{v}_x \cdot t = \mathrm{v}_{ox} \cdot t; \\ y = y_o + \mathrm{v}_{oy} \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2}, \end{cases} \qquad (1)$$

а также дополнительные формулы для вычисления проекций начальной скорости на оси координат *Ox* и *Oy,* перевода градусной меры угла в радианы, интервала времени Δt .

Проанализировать все рассмотренные выше формулы и выделить *исходные данные*, *переменные* и *постоянные* величины.



Заполнение таблицы.

1. Занести *исходные числовые данные*:

$$\alpha_1 = 36°,\ \alpha_2 = 45°,\ \alpha_3 = 60°;\ \mathrm{v}_o = 100\,м/с;\ y_o = 0\,м;\ t_o = t_{\min} = 0\ с;\ t_{\max} = 12\,с$$

в следующие ячейки:

1) углы (в градусах) между начальной скоростью $\vec{\mathrm{v}}_o$ и осью *Ox* - в ячейки D15, D16, D17. Это позволит проследить за зависимостью траектории движения тела от угла α, под которым произведен бросок. Если значения углов заданы в радианах, они должны быть занесены в ячейки F15, F16, F17;

2) модуль начальной скорости - в D18;

3) начальную ординату (высоту, с которой произведен бросок) - в D19;

4) конечный момент времени – в D21;

5) ускорение свободного падения *g* (количество значащих цифр определяется данными задачи, см. предыдущую работу) - в D23;

Начальный момент времени (*ячейка D20*) *должен быть равен нулю*!

2. Если углы заданы в градусах, необходимо выполнить пересчет их в радианы. Формулу достаточно записать только в ячейку F15, а затем скопировать ее в ячейки F16:F17.

3. В ячейке D22 рассчитать шаг изменения времени Δt для n=50 подинтервалов, на которые разбивается выбранный промежуток времени $t_{\min} \div t_{\max}$.

4. В соответствии с расчетными формулами, приведенными в рабочем листе таблицы, определить проекции начальной скорости на оси *Ox* и *Oy* (ячейки D24:D26; D27:D29).

5. *Таблица данных* кроме колонки *Время* содержит три пары колонок *Абсцисса-Ордината* для трех заданных значений угла α. Как видно из формулы, уравнение траектории (зависимость $y(x)$) не содержит время. Однако время нужно для изучения зависимостей вида $y(t)$ и $x(t)$, т.е. для определения абсциссы и ординаты точки. Заполнить таблицу, копируя (с установлением связи) некоторые из начальных данных и учитывая, что абсцисса тела в начальный момент времени принимается равной нулю.

Примечание: При составлении формул не забывайте использовать абсолютные ссылки для *постоянных* величин.

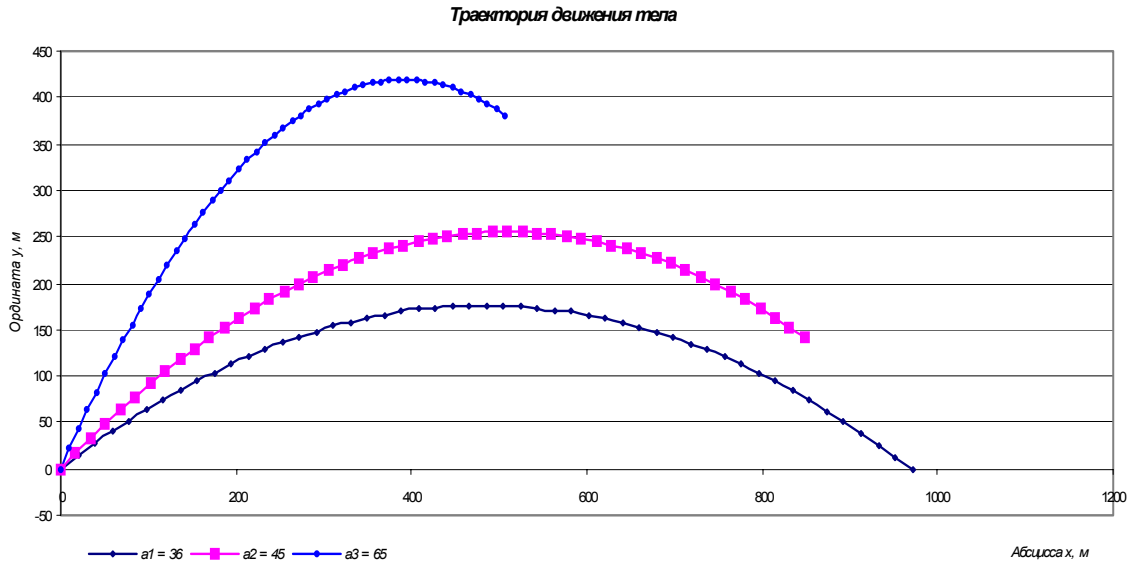
6. Изменить имя листа, содержащего таблицу (**Модель 4**), например, на **Расчет траектории**.

Построение графика зависимости y(x).

Таблица данных содержит три ряда (набора) данных (I11:J61; K11:L61; M11:N61) для построения графиков вида $y=f(x)$ при различных значениях угла α. Поскольку все три зависимости однотипны (по осям координат откладываются одинаковые величины, имеющие один и тот же порядок), графики должны быть представлены в одной системе координат (т.е. на одной диаграмме), т.к. это позволит проследить влияние угла на вид траектории (высоту поднятия и дальность полета). Однако в отличие от *Лабораторной работы № 3* они *не имеют общего диапазона*, в зависимости от которого и ведется построение всех графиков. Поэтому построение графика необходимо начинать для одного только ряда данных (например, для I11:J61), а затем на соответствующем шаге провести добавление остальных двух рядов. Каждому ряду необходимо присвоить имя. Поскольку в названии графика используется параметр, который можно изменять (в нашей задаче это угол α), то имя желательно *связать* с ячейкой или диапазоном ячеек, содержимое которых и будет названием этого набора данных, т.е. в поле "*Имя*" надо ввести ссылку на соответствующий диапазон ячеек (C15:D15 – для первого ряда, C16:D16 – для второго и C17:D17 – для третьего).

Провести оформление таким образом, чтобы получилась диаграмма, изображенная на приводимом ниже рисунке.

Диаграмму располагают на отдельном листе.



Задание:

1. Изменяя начальные данные ($y_o, \vec{\mathrm{v}}_o, t_{\max}$), проследить за изменением траектории. Определить, при каком значении угла наблюдается наибольшая дальность полета.

2. Провести построение графиков зависимости $y(t)$ для различных значений угла α на одной диаграмме (все три зависимости имеют общий диапазон данных в столбце **H**!). Данные для графика берутся из созданной ранее таблицы.

3. Рассчитать в таблице исходных данных контрольные точки и добавить их на диаграмму.

4. Добавить новый лист. Создать таблицу для построения графика зависимости $y(x)$ в соответствии с уравнением траектории:

$$y = y_o + \frac{\mathrm{v}_{oy}}{\mathrm{v}_{ox}} \cdot x - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{\mathrm{v}_{ox}} \right)^2 .$$

Согласно этому уравнению *исходными данными* будут:

1) начальная ордината (высота) y_o;
2) начальная скорость (модуль) v_o;
3) угол α;
4) ускорение свободного падения g;

Аргументом функции на сей раз является абсцисса. Поэтому необходимо задать диапазон значений координаты x (x_o (или $x_{\min}$) $\div x_{\max}$), на котором рассматривается движение тела, и шаг изменения Δx для n подинтервалов, число которых выбирается произвольно. Таблица в этом случае будет содержать $N=n+1$ точек.

Сохранение данных в файле.

Сохранить данные в файле *Лабораторная работа 5.xls*.