Исследование функций с помощью производных

Задание 1. Дана функция $f(x)$. Найти первую и вторую производные $f'(x)$ и $f''(x)$. Найти стационарные точки из условия $f'(x) = 0$ и точки, где $f''(x) = 0$. Установить интервалы монотонности (по знаку $f'(x)$) и точки экстремума. Определить интервалы выпуклости вверх и выпуклости вниз (по знаку $f''(x)$). Проверить, являются ли найденные точки, где $f''(x) = 0$, точками перегиба.

Задание 2. Для функции $f(x)$ проверить знак второй производной в стационарных точках и определить характер экстремума (локальный максимум или минимум). Если $f''(x_0) = 0$, исследовать характер точки дополнительно (например, по знаку $f'(x)$ слева и справа от x_0). Найти значения функции в точках экстремума и точках перегиба.

Задание 3. Построить совместный график функции $f(x)$, $f'(x)$ и $f''(x)$. Интервал для построения задать так, чтобы хорошо было видно поведение функции и её производных; масштаб по осям подобрать для наилучшей читаемости. Отметить на графике стационарные точки и точки перегиба.

Варианты функций для заданий представлены в таблице 1.

Таблица 1. Функции для исследования с помощью производных

№	Функция $f(x)$	№	Функция $f(x)$	№	Функция $f(x)$
1	$x^3 - 3x^2 - 125$	**18**	$x^3 - 6x^2 + 9x - 4$	**35**	$x^5 - 4x^2 + 3$
2	$x^3 + 3x^2 - 9x + 1$	**19**	$x^3 + 6x^2 + 9x + 2$	**36**	$x^5 - 2x^2 - 1$
3	$x^3 - 3x + 2$	**20**	$x^3 - 12x + 5$	**37**	$x^5 - 8x^2 + 7$
4	$x^3 + 3x - 4$	**21**	$x^3 + 12x - 3$	**38**	$x^5 - 6x^2 + 5$
5	$x^3 - 6x^2 + 5$	**22**	$x^3 - 9x^2 + 24x - 7$	**39**	$x^5 + 4x^3 - 1$
6	$x^3 + 6x^2 - 3$	**23**	$x^3 + 9x^2 + 24x + 5$	**40**	$x^5 - 4x^3 + 2$
7	$x^3 - 3x^2 + 2x - 5$	**24**	$x^3 - 3x^2 - 9x + 5$	**41**	$x^5 - 2x^3 - 2$
8	$x^3 + 3x^2 - 2x + 1$	**25**	$x^3 + 3x^2 - 9x - 7$	**42**	$x^5 + 2x^3 - 1$
9	$x^3 - 3x^2 - 9x + 2$	**26**	$x^3 - 6x^2 + 4$	**43**	$x^5 - 4x^3 + 4x^2$
10	$x^3 + 3x^2 + 9x - 1$	**27**	$x^3 + 6x^2 - 5$	**44**	$x^5 + 4x^3 + 4x^2$
11	$x^3 - 6x^2 + 9x + 1$	**28**	$x^3 - 12x^2 + 36x - 10$	**45**	$x^5 - 8x^3 + 18x^2$
12	$x^3 + 6x^2 + 9x - 3$	**29**	$x^3 + 12x^2 + 36x + 8$	**46**	$x^5 + 8x^3 + 18x^2$
13	$x^3 - 3x^2 - 24x + 5$	**30**	$x^3 - 3x^2 - 24x - 5$	**47**	$x^5 - 4x^2 + 4$
14	$x^3 + 3x^2 - 24x - 2$	**31**	$x^3 + 3x^2 + 24x + 3$	**48**	$x^5 + 4x^2 + 4$
15	$x^3 - 3x^2 - 9x + 7$	**32**	$x^3 - 9x^2 + 15x - 3$	**49**	$x^5 - 6x^3 + 9x^2 - 1$
16	$x^3 + 3x^2 - 9x + 4$	**33**	$x^3 + 9x^2 + 15x + 2$	**50**	$x^5 + 6x^3 + 9x^2 + 1$
17	$x^3 - 3x^2 + 9x - 6$	**34**	$x^3 + 3x^2 + 9x + 5$	**51**	$x^5 - 2x^3 + x^2 + 2$