Лабораторная работа 2.
Вычисление количества информации

Вероятностный подход

Формула Хартли: $\boldsymbol{I = \log_2 n}$ (для ***равновероятных событий***),
где i – количество информации в битах,
n – количество равновероятных вариантов события.

Для определения количества информации (формула Шеннона):

- в одном (i-м) состоянии системы: $H = \log_2 \frac{1}{P_i}$;
- среднего количества информации во всех состояниях системы:

$$H = \sum_{i=1}^{N} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} = -\sum_{i=1}^{N} P_i \log_2 P_i$$

Пример 1. Два игрока играют в «крестики нолики» на поле размером 4x4. Определить, какое количество информации I получит второй игрок после первого хода первого игрока.

Решение. Первый игрок может для первого хода выбрать любое поле из 16 возможных (N = 4 · 4=16). Тогда по формуле Хартли I = $\log_2$N.

I = $\log_2 16 = \log_2 2^4$ = 4 бита.

Количество информации I можно также найти из соотношения $N = 2^I$.

$16 = 2^I$ $2^4 = 2^I$ I = 4 бита.

Ответ: I = 4 бита.

Пример 2. В группе 24 студента. За экзамен были получены следующие оценки: 3 пятерки, 12 четверок, 6 троек, 3 двойки.

1) Определить, какое количество информации I содержит сообщение, что студент Романов получил оценку «четыре».

2) Определить, какое количество информации I содержит сообщение об оценке любого студента группы.

Решение.

Для решения задачи воспользуемся формулой Шеннона. Вероятности событий, что случайным образом выбранный студент получил оценку «пять», «четыре», «три», «два», соответственно равны:

p1 = $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$, p2 = $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$, p3 = $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$, p4 = $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$.

I = -(p1*$\log_2$p1 + p2*$\log_2$p2+ p3* $\log_2$p3+ p4* $\log_2$p4) =

$-\left(\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{14}{8} = 1{,}75$.

Ответ: I = 1,75 бита.

Пример 3. В коробке лежат красные и синие карандаши, всего в коробке 24 карандаша. Информация о том, что из коробки случайным образом достали синий карандаш, равна 2 битам. Определить, сколько в коробке красных и синих карандашей.

Решение. Обозначим за x число синих карандашей в коробке. Для решения задачи воспользуемся формулой (I = –$\log_2$p):

2 = – $\log_2$p.

Из этого соотношения найдем p – вероятность того, что случайным образом вынутый шар является синим: p =$\frac{1}{4}$. Теперь определим x из соотношения $\frac{x}{24} = \frac{1}{4}$, x = 6.

Ответ: В коробке 6 синих и 18 красных карандашей.

Задания для выполнения

Номер	Текст задачи
1.	Какое сообщение содержит большее количество информации? 1) Монета упала «решкой» вверх. 2) В библиотеке книга нашлась в 5-м шкафу из 8.
2.	В коробке находятся кубики трех цветов: красного, желтого и зеленого, причем желтых в два раза больше красных, а зеленых на 6 больше, чем желтых. Сообщение о том, что из коробки случайно вытащили желтый кубик, содержало 2 бита информации. Сколько было зеленых кубиков?
3.	Студенты группы изучают один из трех языков: английский, немецкий или французский, причем 12 студентов не учат английский. Сообщение, что случайно выбранный студент Петров изучает английский, несет $\log_2 3$ бит информации, а что Иванов изучает французский – 1 бит. Сколько студентов изучают немецкий язык?
4.	В составе 16 вагонов, среди которых К – купейные, П – плацкартные и СВ – спальные. Сообщение о том, что ваш друг приезжает в СВ, несет 3 бита информации. Сколько в поезде вагонов СВ?
5.	При угадывании целого числа в некотором диапазоне было получено 8 бит информации. Сколько чисел содержал этот диапазон?
6.	Сообщение о том, что ваш друг живет на 10-м этаже, несет 4 бита информации. Сколько этажей в доме?
7.	В школе учатся 200 учеников. Для записи номера каждого ученика в электронном журнале используется минимально возможное количество бит, одинаковое для всех. Каков информационный объем сообщения, если нужно записать номера 50 учеников?
8.	В классе 30 человек. За контрольную работу по математике получено 6 пятерок, 15 четверок, 8 троек и 1 двойка. Какое количество информации в сообщении о том, что Иванов получил четверку?
9.	Какое количество информации получит первый игрок после первого хода второго игрока в игре в «крестики-нолики» на поле 3 на 3?
10.	В библиотеке есть книги трех жанров: детективы, фантастика и романы. Количество детективов и фантастики одинаковое. Сообщение о том, что взяли детектив, несет 3 бита информации. Фантастики в библиотеке 20 книг. Сколько романов в библиотеке?
11.	В зоопарке живут: 140 попугаев, 30 львов, 20 слонов, 10 жирафов. Сколько информации мы получим, когда случайно выберем одно животное? Ответ округлите до сотых.
12.	Проводятся две лотереи: «5 из 30» и «3 из 42». Сообщение о результатах какой из лотерей несет больше информации?
13.	В лесу живут: 4 000 зайцев, 3 000 лис, 2 000 волков, 1 000 медведей. Сколько информации мы получим, когда встретим какое-нибудь животное? Ответ округлите до сотых.
14.	В библиотеке 500 книг. Для записи номера каждой книги в электронной базе данных используется минимально возможное количество бит, одинаковое для всех. Каков информационный объем сообщения, если нужно записать номера 100 книг?