Задание № 1

Учебная практика

Указание: реализовать задание в виде тестовых программ, получающих входные данные из текстового файла и выводящие результаты в текстовый файл. Программы можно разработать на любом удобном языке программирования (например, C^{++}). △

1. Реализовать генератор случайной величины, равномерно распределённой на отрезке $[0, 1]$ по одной из формул:

$$r_{i+1} = \{11\, r_i + \pi\} \tag{1}$$

$$r_{i+1} = \left\{\frac{r_i}{z_{i+1}} + \pi\right\}, \quad z_{i+1} = z_i + 10^{-8}, \quad z_0 = 0{,}011 \tag{2}$$

$$r_{i+1} = \frac{1}{\pi} \arccos\left(\cos\left(10^8\, r_i + \Delta\right)\right) \tag{3}$$

$$r_{i+1} = \left\{e^{\pi + r_i}\right\} \tag{4}$$

$$r_{i+1} = \left\{(\pi - 2 + r_i)^2\right\} \tag{5}$$

   Замечание: фигурные скобки: $\{\cdot\}$ обозначают операцию взятия дробной части числа. △

2. На основе предыдущего генератора (равномерно распределённого) реализовать один из следующих генераторов:

a) Экспоненциальное распределение с параметром λ: величина

$$\tau_i = -\frac{1}{\lambda} \ln r_i$$

где r_i — псевдослучайная величина, равномерно распределённая на отрезке $[0, 1]$.

b) Нормальное распределение с параметрами m и σ: сумма большого количества ($K \approx 50$) случайных величин, распределённых равномерно на отрезке $[0, 1]$. Из полученной суммы необходимо вычесть $K/2$, разделить на $\sqrt{K/12}$, умножить на σ и прибавить m.

3. Реализовать функцию, определяющую гистограмму заданного генератора. Функция должна принимать функцию-генератор, N — количество его вызовов (экспериментов), концы отрезка $[a, b]$, на котором должна быть построена гистограмма, и M — количество отрезков, на которые разбивается $[a, b]$:

$$x_i = a + \frac{b-a}{M} i, \quad \forall i = 0, 1, \ldots, M$$

Функция должна возвращать вектор из количеств попаданий случайных величин, возвращаемых генератором, в каждый из полуинтервалов $[x_i, x_{i+1})$, разделённых на N (относительные частоты попадания в каждый из отрезков).
При помощи этой функции создать программу, получающую гистограммы для реализованных генераторов случайных чисел.

4. Выполнить большое количество (N) моделирований (вычислительных экспериментов) ситуации, описанной ниже. Результаты получить как среднее значение или частоту встречаемости результатов всех экспериментов.

a) Если был реализован генератор с экспоненциальным распределением, то решается следующая задача:
Устройство состоит из узлов 1, 2 и 3. Узлы 1 и 2 необходимы для функционирования всего устройства, устройство

3 «улучшает» работу первых двух. Время работы до отказа каждого из устройств является случайной величиной с экспоненциальным распределением с параметрами λ_1, λ_2 и λ_3 соответственно. Имеется M_1 и M_2 «запасных» устройств типа 1 и 2, которые заменяют немедленно вышедшие из строя устройства. После выхода из строя устройства 3 (запасных ему нет) время дальнейшей работы обоих устройств становится зависящим от λ'_1 и λ'_2.
Найти следующее значение в зависимости от варианта:

i. Вероятность исправной работы устройства как функцию времени от 0 до T с шагом Δt.
ii. Вероятность того, что отказ устройства раньше времени T произойдёт по причине нехватки запасных узлов типа 1.
iii. Среднее время работы системы до отказа.
iv. Среднее число израсходованных узлов типа 1 и 2 до отказа.
v. Вероятность того, что устройство 3 откажет раньше выхода системы из строя.
vi. Среднее количество устройств типов 1 и 2, израсходованных до выхода из строя устройства 3.
vii. Минимальное количество запасных деталей типа 1, чтобы вероятность работоспособности устройства в течение времени T была не ниже p (при достаточном количестве запасных деталей 2).

b) Иначе, если был реализован генератор с нормальным распределением, решается следующая задача:
Участок территории обстреливается n ракетами с заданными координатами целей (x_i, y_i), $i = 1, 2, \ldots, m$ (если $n > m$, обстрел повторяется по тем же координатам заново). При этом реальные координаты попадания ракет отличаются от требуемых ошибками, распределёнными (независимо друг от друга) по нормальному закону со среднеквадратическими отклонениями, равными σ_x и σ_y. Радиус пора-

жения одной ракеты равен r. Требуемая для поражения точечная цель расположена в координатах (x_a, y_a).
Найти следующее значение в зависимости от варианта:

i. Вероятность поражения цели как функцию количества выстрелов от 1 до n.

ii. Среднее количество ракет из n, которые не причинили цели никакого вреда.

iii. Минимальное количество ракет n, требуемых для поражения цели с вероятностью, не ниже p.

iv. Среднее расстояние от цели до области поражения ракетами (круг) за n выстрелов.

v. Вероятность того, что области поражения всех произведённых выстрелов из n (круги) окажутся дальше цели, чем d.

vi. Вероятность того, что цель за n выстрелов будет поражена как минимум k раз.

vii. Среднее количество выстрелов, поражающих цель ровно k раз.

viii. Минимальное значение радиуса поражения r (находится с точностью ε), обеспечивающего поражение цели с вероятностью, не ниже p.