Задание 1. Анимация графиков в Maple

Подключите пакет `plots` и постройте анимации для заданных функций. Для каждого задания самостоятельно выберите оптимальный диапазон изменения параметра A, отрезок $[a, b]$, на котором строится график, а также другие параметры (цвет, толщину линий и т.д.).

1. Анимация плоского графика в декартовых координатах. Для заданной функции одной переменной

   $$y = f(x;\, A)$$

   постройте анимацию её графика на отрезке $x \in [a,\, b]$ в зависимости от параметра A.

2. Анимация графика в полярных координатах. Для заданной функции одной переменной

   $$r = f(x;\, A)$$

   постройте анимацию её графика в полярных координатах на отрезке $x \in [a,\, b]$ в зависимости от параметра A.

3. Анимация поверхности в криволинейных координатах. Для заданной функции двух переменных

   $$z = f(x,\, y;\, A)$$

   постройте две анимации поверхности на области $x, y \in [a,\, b]$ в зависимости от параметра A:
   - в сферических координатах;
   - в цилиндрических координатах.

Для выполнения задания вам могут понадобиться следующие команды Maple:

- `animate` — создаёт анимацию графиков, зависящих от параметра.
- `plot` — строит двумерный график функции или кривой.
- `plot3d` — строит трёхмерный график поверхности.
- опция `coords` — задаёт систему координат, например `coords=polar` или `coords=cylindrical`.

Варианты для выполнения задания представлены в таблице 1.

Таблица 1. Варианты заданий для анимации графиков

№	$f(x;\, A)$	№	$r(x;\, A)$	№	$z(x, y;\, A)$
1	$Ax^2 + x$	**18**	$A\sin(x)$	**35**	$\sin(Ax + Ay)$
2	$A\sin(x)$	**19**	$A\cos(x)$	**36**	$\cos(Ax + Ay)$
3	$A\cos(x) + x$	**20**	$A\sin(2x)$	**37**	$A\sin(x)\sin(y)$
4	Ae^{-x^2}	**21**	$A\cos(2x)$	**38**	$A\cos(x)\cos(y)$
5	$Ax^3 - x$	**22**	$A\sin(3x)$	**39**	$A\sin(x)\cos(y)$
6	$A\tanh(x)$	**23**	$A\cos(3x)$	**40**	$A\cos(x)\sin(y)$
7	$A\ln(x^2 + 1)$	**24**	$A\sin(Ax)$	**41**	$e^{-A(x^2+y^2)}$
8	$A\sqrt{\lvert x\rvert}$	**25**	$A\cos(Ax)$	**42**	$Ae^{-x^2-y^2}$

9	$\frac{A}{1+x^2}$	**26**	$A\sin(x)+\cos(x)$	**43**	$\sin(Ax)\cos(Ay)$
10	Axe^{-x}	**27**	$A\cos(x)+\sin(x)$	**44**	$\cos(Ax)\sin(Ay)$
11	$A\sin(Ax)$	**28**	$A\sin(x)\cos(x)$	**45**	$A\sin(x+y)$
12	$A\cos(Ax)$	**29**	$A\sin^2(x)$	**46**	$A\cos(x+y)$
13	$Ax+\sin(x)$	**30**	$A\cos^2(x)$	**47**	$A\sin(x-y)$
14	$Ax^2+\cos(x)$	**31**	$A\sin^3(x)$	**48**	$A\cos(x-y)$
15	$A\|x\|$	**32**	$A\cos^3(x)$	**49**	$A\sin(x)\sin(y)\cos(A)$
16	$A\sinh(x)$	**33**	$A\sin(x/2)$	**50**	$A\cos(x)\cos(y)\sin(A)$
17	$A\cosh(x)$	**34**	$A\cos(x/2)$	**51**	$A(x^2-y^2)$

Задание 2. Решение уравнения с параметром

Пусть задана функция одной переменной

$$f(x;A), \qquad x\in D\subseteq\mathbb{R}, \qquad A\in\mathcal{A}\subseteq\mathbb{R},$$

где x — переменная, A — параметр.

Требуется:

1. Найти все действительные корни уравнения

$$f(x;A)=0$$

в зависимости от параметра A, то есть указать корни $x=x(A)$ и области значений A, при которых они существуют.

2. Для каждого найденного корня $x_i=x_i(A)$ определить, при каких значениях параметра A этот корень является

положительным: $x_i(A)>0$,

отрицательным: $x_i(A)<0$,

равным нулю: $x_i(A)=0$.

Для выполнения задания вам могут понадобиться следующие команды Maple:

- `solve` — решает уравнение или систему относительно неизвестных.
- `assuming` — временное предположение при вычислении.
- `assume` — наложение предположения на переменную или параметр.
- `simplify` — упрощает выражение.
- `subs` — выполняет подстановку выражений.

Варианты функций $f(x;A)=0$ приведены в таблице 2.

Таблица 2. Варианты уравнений $f(x;A)=0$ с коэффициентом, равным номеру варианта

№	$f(x;A)=0$	№	$f(x;A)=0$	№	$f(x;A)=0$
1	$x^2-Ax+1=0$	**18**	$18x^3+Ax=0$	**35**	$35x^2-(A^2+1)x+A^2=0$
2	$2x^2+Ax+1=0$	**19**	$19x^3-Ax^2=0$	**36**	$36x^2+(A^2-1)x-A^2=0$
3	$3x^3-Ax+1=0$	**20**	$20x^3+Ax^2=0$	**37**	$37x^2-(A^2+A)x+A^3=0$
4	$4x^3+Ax+1=0$	**21**	$21x^3-A^2x=0$	**38**	$38x^2+(A^2-A)x-A^3=0$
5	$5x^2-A=0$	**22**	$22x^3+A^2x=0$	**39**	$39x^3-(A+1)x^2+Ax=0$
6	$6x^2+A=0$	**23**	$23x^4-A=0$	**40**	$40x^3+(A-1)x^2-Ax=0$
7	$7x^2-Ax=0$	**24**	$24x^4+A=0$	**41**	$41x^3-Ax^2-x+A=0$
8	$8x^2+Ax=0$	**25**	$25x^4-Ax^2=0$	**42**	$42x^3+Ax^2-x-A=0$
9	$9x^2-A^2=0$	**26**	$26x^4+Ax^2=0$	**43**	$43x^3-(A^2+1)x+A^2=0$
10	$10x^2+A^2=0$	**27**	$27x^4-A^2=0$	**44**	$44x^3+(A^2-1)x-A^2=0$
11	$11x^2-2Ax+A^2=0$	**28**	$28x^4+A^2=0$	**45**	$45x^4-(A+1)x^2+A=0$
12	$12x^2+2Ax+A^2=0$	**29**	$29x^4-2Ax^2+A^2=0$	**46**	$46x^4+(A-1)x^2-A=0$
13	$13x^2-(A+1)x+A=0$	**30**	$30x^4+2Ax^2+A^2=0$	**47**	$47x^4-(A^2+1)x^2+A^2=0$
14	$14x^2+(A-1)x-A=0$	**31**	$31(x-A)(x+1)=0$	**48**	$48x^4+(A^2-1)x^2-A^2=0$
15	$15x^3-A=0$	**32**	$32(x+A)(x+1)=0$	**49**	$49x^4-Ax^3=0$
16	$16x^3+A=0$	**33**	$33(x-A)(x-A-1)=0$	**50**	$50x^4+Ax^3=0$
17	$17x^3-Ax=0$	**34**	$34(x+A)(x+A+1)=0$	**51**	$51x^5-Ax=0$

Задание 3. Переход к полярным координатам

Дана функция двух переменных

$$F(x,y).$$

Требуется перевести её в полярные координаты.

Порядок выполнения:

1. Записать формулы перехода к полярным координатам

$$x=r\cos\varphi,\qquad y=r\sin\varphi,\qquad r\geq 0,\quad \varphi\in[0,2\pi),$$

и подставить их в исходное выражение $F(x,y)$. В результате получить функцию

$$F(r\cos\varphi,\ r\sin\varphi).$$

2. Если исходное уравнение $F(x,y)=0$ задаёт кривую, то после подстановки и упрощения получить уравнение этой кривой в полярных координатах:

$$\Phi(r,\varphi)=0.$$

Если же $F(x, y)$ задаёт поверхность $z = F(x, y)$, то получить её уравнение в полярных (цилиндрических) координатах:

$$z = G(r, \varphi).$$

3. Если возможно, разрешить полученное уравнение $\Phi(r, \varphi) = 0$ или $z = G(r, \varphi)$ относительно переменной r.

4. Построить график полученной кривой в полярных координатах, а поверхности — в цилиндрических координатах.

Для выполнения задания вам могут понадобиться следующие команды Maple:

- `simplify` — упрощает выражение.
- `subs` — выполняет подстановку выражений.
- `solve` — решает уравнение или систему относительно неизвестных.
- `plot` — строит двумерный график.
- `pointplot` — строит график из точек (`poinplot` — опечатка).
- `plot3d` — строит трёхмерный график или поверхность.
- `coords` — опция, задающая систему координат (например, `coords=cylindrical`).

Варианты функций $F(x, y)$ приведены в таблице 3. Варианты функций $F(x, y)$ с добавленной константой $C = -F(1, 0)$ приведены в таблице 3.

Таблица 3. Варианты функций $F(x, y)$

№	$F(x, y)$	№	$F(x, y)$	№	$F(x, y)$
1	$x^2 + y^2 - 1$	**18**	$xe^{-x^2-y^2} - e^{-1}$	**35**	$x^2 \sin(y)$
2	$x^2 - y^2 - 1$	**19**	$ye^{-x^2-y^2}$	**36**	$y^2 \cos(x)$
3	xy	**20**	$\frac{1}{1+x^2+y^2} - \frac{1}{2}$	**37**	$\sin(x + y) - \sin 1$
4	$x^2 + xy + y^2 - 1$	**21**	$\frac{x}{1+x^2+y^2} - \frac{1}{2}$	**38**	$\cos(x - y) - \cos 1$
5	$x^3 - 3xy^2 - 1$	**22**	$\frac{y}{1+x^2+y^2}$	**39**	$\sin(x) + \cos(y) - \sin 1 - 1$
6	$x^3 + y^3 - 1$	**23**	$\sqrt{x^2 + y^2} - 1$	**40**	$\cos(x) + \sin(y) - \cos 1$
7	$x^4 + y^4 - 1$	**24**	$\ln(1 + x^2 + y^2) - \ln 2$	**41**	$e^{x+y} - e$
8	x^2y^2	**25**	$\arctan(xy)$	**42**	$e^{x-y} - e$
9	$\sin(x) + \sin(y) - \sin 1$	**26**	$\arctan(x + y) - \frac{\pi}{4}$	**43**	$\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2+1} - \frac{1}{2}$
10	$\cos(x) + \cos(y) - \cos 1 - 1$	**27**	$\lvert x\rvert + \lvert y\rvert - 1$	**44**	$\frac{xy}{x^2+y^2+1}$
11	$\sin(x)\cos(y) - \sin 1$	**28**	$\lvert xy\rvert$	**45**	$\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2+1} - \frac{1}{2}$
12	$\cos(x)\sin(y)$	**29**	$\max(x, y) - 1$	**46**	$\sqrt{\lvert xy\rvert}$
13	$\sin(xy)$	**30**	$\min(x, y)$	**47**	$\sin(\sqrt{x^2 + y^2}) - \sin 1$
14	$\cos(xy) - 1$	**31**	$\sin(x)\sin(y)e^{-x^2-y^2}$	**48**	$\cos(\sqrt{x^2 + y^2}) - \cos 1$
15	$\sin(x^2 + y^2) - \sin 1$	**32**	$\cos(x)\cos(y)e^{-x^2-y^2} - \frac{\cos 1}{e}$	**49**	$\frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2+1} - \frac{\sin 1}{2}$
16	$\cos(x^2 + y^2) - \cos 1$	**33**	$x \sin(y)$	**50**	$x^2y - xy^2$
17	$e^{-x^2-y^2} - e^{-1}$	**34**	$y \cos(x)$	**51**	$x^2 + y^2 + xy^2 - 1$

Задание 4. Исследование дробно-рационального выражения

Дана дробь

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

где $P(x)$ — числитель, $Q(x)$ — знаменатель (алгебраическое выражение).
Требуется:

1. Найти все значения аргумента x, при которых числитель обращается в нуль:

   $$P(x) = 0.$$

   Если при этих значениях $Q(x) \neq 0$, то они являются нулями дроби:

   $$f(x) = 0.$$

2. Найти все значения аргумента x, при которых знаменатель обращается в нуль:

   $$Q(x) = 0.$$

   Эти значения не входят в область определения дроби.

3. Найти все значения x из области определения дроби, при которых значение дроби равно 1 или -1:

   $$\frac{P(x)}{Q(x)} = 1, \qquad \frac{P(x)}{Q(x)} = -1,$$

   исключив из найденных решений те значения, при которых $Q(x) = 0$.

4. Графически отобразить найденные решения:

   - построить график функции $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$;
   - отметить на оси Ox или на графике точки $x \in N$, где

     $$N = \{x : P(x) = 0,\ Q(x) \neq 0\}$$

     — нули числителя (и одновременно нули дроби);
   - отметить точки $x \in Z$, где

     $$Z = \{x : Q(x) = 0\}$$

     — нули знаменателя;
   - отметить точки, в которых $f(x) = 1$ и $f(x) = -1$, например как пересечения графика $y = f(x)$ с прямыми $y = 1$ и $y = -1$;
   - при наличии вертикальных асимптот показать их на графике.

Для выполнения задания вам понадобятся следующие функции Maple:

- `numer` — выделение числителя дроби;
- `denom` — выделение знаменателя дроби;
- `solve` — решение уравнений и систем;
- `subs` — подстановка найденных значений x в выражение;
- `evalf` — вычисление приближённых числовых значений;
- `plot` — построение графика функции;
- `pointplot` — построение отдельных точек;
- `discont=true` — опция команды `plot` для корректного отображения разрывов;
- `seq` — генерация последовательностей.

Варианты для выполнения задания представлены в таблице 4.

Таблица 4. Дробно-рациональные выражения

№	$f = \frac{P(x)}{Q(x)}$	№	$f = \frac{P(x)}{Q(x)}$	№	$f = \frac{P(x)}{Q(x)}$
1	$\frac{x^2-4.4}{(x-1)(x-2)(x-3)}$	**18**	$\frac{x^2-23.1}{(x-18)(x-19)(x-20)}$	**35**	$\frac{x^2-41.8}{(x-35)(x-36)(x-37)}$
2	$\frac{x^2-5.5}{(x-2)(x-3)(x-4)}$	**19**	$\frac{x^2-24.2}{(x-19)(x-20)(x-21)}$	**36**	$\frac{x^2-42.9}{(x-36)(x-37)(x-38)}$
3	$\frac{x^2-6.6}{(x-3)(x-4)(x-5)}$	**20**	$\frac{x^2-25.3}{(x-20)(x-21)(x-22)}$	**37**	$\frac{x^2-44.0}{(x-37)(x-38)(x-39)}$
4	$\frac{x^2-7.7}{(x-4)(x-5)(x-6)}$	**21**	$\frac{x^2-26.4}{(x-21)(x-22)(x-23)}$	**38**	$\frac{x^2-45.1}{(x-38)(x-39)(x-40)}$
5	$\frac{x^2-8.8}{(x-5)(x-6)(x-7)}$	**22**	$\frac{x^2-27.5}{(x-22)(x-23)(x-24)}$	**39**	$\frac{x^2-46.2}{(x-39)(x-40)(x-41)}$
6	$\frac{x^2-9.9}{(x-6)(x-7)(x-8)}$	**23**	$\frac{x^2-28.6}{(x-23)(x-24)(x-25)}$	**40**	$\frac{x^2-47.3}{(x-40)(x-41)(x-42)}$
7	$\frac{x^2-11.0}{(x-7)(x-8)(x-9)}$	**24**	$\frac{x^2-29.7}{(x-24)(x-25)(x-26)}$	**41**	$\frac{x^2-48.4}{(x-41)(x-42)(x-43)}$
8	$\frac{x^2-12.1}{(x-8)(x-9)(x-10)}$	**25**	$\frac{x^2-30.8}{(x-25)(x-26)(x-27)}$	**42**	$\frac{x^2-49.5}{(x-42)(x-43)(x-44)}$
9	$\frac{x^2-13.2}{(x-9)(x-10)(x-11)}$	**26**	$\frac{x^2-31.9}{(x-26)(x-27)(x-28)}$	**43**	$\frac{x^2-50.6}{(x-43)(x-44)(x-45)}$
10	$\frac{x^2-14.3}{(x-10)(x-11)(x-12)}$	**27**	$\frac{x^2-33.0}{(x-27)(x-28)(x-29)}$	**44**	$\frac{x^2-51.7}{(x-44)(x-45)(x-46)}$
11	$\frac{x^2-15.4}{(x-11)(x-12)(x-13)}$	**28**	$\frac{x^2-34.1}{(x-28)(x-29)(x-30)}$	**45**	$\frac{x^2-52.8}{(x-45)(x-46)(x-47)}$
12	$\frac{x^2-16.5}{(x-12)(x-13)(x-14)}$	**29**	$\frac{x^2-35.2}{(x-29)(x-30)(x-31)}$	**46**	$\frac{x^2-53.9}{(x-46)(x-47)(x-48)}$
13	$\frac{x^2-17.6}{(x-13)(x-14)(x-15)}$	**30**	$\frac{x^2-36.3}{(x-30)(x-31)(x-32)}$	**47**	$\frac{x^2-55.0}{(x-47)(x-48)(x-49)}$
14	$\frac{x^2-18.7}{(x-14)(x-15)(x-16)}$	**31**	$\frac{x^2-37.4}{(x-31)(x-32)(x-33)}$	**48**	$\frac{x^2-56.1}{(x-48)(x-49)(x-50)}$
15	$\frac{x^2-19.8}{(x-15)(x-16)(x-17)}$	**32**	$\frac{x^2-38.5}{(x-32)(x-33)(x-34)}$	**49**	$\frac{x^2-57.2}{(x-49)(x-50)(x-51)}$
16	$\frac{x^2-20.9}{(x-16)(x-17)(x-18)}$	**33**	$\frac{x^2-39.6}{(x-33)(x-34)(x-35)}$	**50**	$\frac{x^2-58.3}{(x-50)(x-51)(x-52)}$
17	$\frac{x^2-22.0}{(x-17)(x-18)(x-19)}$	**34**	$\frac{x^2-40.7}{(x-34)(x-35)(x-36)}$	**51**	$\frac{x^2-59.4}{(x-51)(x-52)(x-53)}$