Цикл с условием

Пример 4.1 ($a^i < b$, $i = 1, 2, 3, \ldots$; while-do)**.** Даны вещественные числа a ($a > 1$) и b. Получить и вывести на экран все члены бесконечной последовательности a^i, $i = 1, 2, 3, \ldots$ (т. е. a, a^2, a^3,...), меньшие числа b.

Вычисление a^i, $i = 1, 2, 3, \ldots$

```
a = float(input('a (>1) >>> '))
b = float(input('b >>> '))
if a < b:
    d = a  # переменная для степеней числа a
    while d < b:
        print('%5.2f' %d)
        d = d * a
else:
    print('Решения нет');
```

При выполнении тела цикла while переменная d последовательно принимает значения a, a^2, a^3,... Значение d будет изменяться до тех пор, пока оно не станет больше или равно значению b. Если $a \geqslant b$ с самого начала, то не будет выведено ни одного члена последовательности a^i, $i = 1, 2, \ldots$

Пусть, например, $a = 2$, $b = 11$. Пошаговую работу программы представим в виде таблицы

d	проверка условия d < 11	печать результата
2	+	2
$2 \cdot 2 = 4$	+	4
$4 \cdot 2 = 8$	+	8
$8 \cdot 2 = 16$	−	

4.2 Трассировочная таблица

Пример 4.3 (a_i, $i = 1, 2, 3, \ldots$; while-do; трассировочная таблица)**.** Дано действительное $b > 0$. Последовательность a_1, a_2,... образована по закону:

$$a_1 = 1, \quad a_i = \frac{a_{i-1}^2}{2} + i - 1 \quad (i = 2, 3, \ldots).$$

Получить первый член последовательности, больший $2b$.

Решение. При написании кода следует четко следовать заданным формулам.

В программах допишем операторы печати для построения трассировочной таблицы. Такие таблицы позволяют осуществлять контроль за исполнением цикла.

Важно. Оператор для вывода ответа должен присутствовать всегда.

Цикл while

```
b = float(input('b >>> '))

i = 1
a = 1  # инициализация a_i при i = 1
print('%3d %7.2f %8s' % (i, a, a <= 2*b))   # I строка трассы
while a <= 2 * b:
    i = i + 1                               # изменение счетчика
    a = a * a / 2 + i - 1                   # вычисление a_i
    print('%3d %7.2f %8s' % (i, a, a <= 2*b))  # строка трассы

print('%6.2f' %a) # вывод ответа
```

Результат работы программ

```
b >>> 8
  1    1.00     True
  2    1.50     True
  3    3.12     True
  4    7.88     True
  5   35.07    False
 35.07
```

Получение элементов последовательности, заданной формулой общего члена. Трассировочная таблица

4.1. Дано действительное $b > 0$. Найти первый отрицательный член последовательности a_1, a_2,..., образованной по закону:

$$a_1 = b, \quad a_i = a_{i-1} - \frac{i}{\sqrt{i-1}} \quad (i = 2, 3, \dots).$$

Указание. В программе должны присутствовать операторы для построения трассировочной таблицы.

4.2. Дано действительное $b < 0$. Найти первый неотрицательный член последовательности a_1, a_2,..., образованной по закону:

$$a_1 = b, \quad a_i = \frac{a_{i-1} + |\sin i|}{i - \sin^2 i} \quad (i = 2, 3, \dots).$$

Указание. В программе должны присутствовать операторы для построения трассировочной таблицы.

4.5 ([14]). Дано положительное a ($a < 1$). Найти наибольшее число вида 2^{-n}, $n \geqslant 0$, меньшее a.

Указания. 1) Легко видеть, что $2^{-2} = 2^{-1} : 2$, $2^{-3} = 2^{-2} : 2$, ... То есть каждое число вида 2^{-i} находится из предыдущего делением на два. 2) В программе должны присутствовать операторы для построения трассировочной таблицы.

4.6 ([14]). Дано положительное a ($a < 1$). Найти наименьшее число вида 3^{-n}, $n \geqslant 0$, большее a.

Указания. 1) Легко видеть, что $3^{-2} = 3^{-1} : 3$, $3^{-3} = 3^{-2} : 3$, ... То есть каждое число вида 3^{-i} находится из предыдущего делением на три. 2) В программе должны присутствовать операторы для построения трассировочной таблицы.

Алгоритмы нахождения НОД

Задача 4.8 рассматривается на лекции.

Самостоятельно: 4.9, 4.10

4.8. Найти наибольший общий делитель натуральных чисел m и n (обозначение: НОД(m, n)), используя алгоритм Евклида.

4.9. Найти наименьшее общее кратное натуральных чисел m и n, если известно равенство

$$\text{НОК}(m, n) = \frac{mn}{\text{НОД}(m, n)}.$$

Указание. Для нахождения НОД(m, n) используйте алгоритм Евклида.

4.10. Найти наибольший общий делитель трех натуральных чисел m, n и k, используя алгоритм Евклида.

Указание. НОД$(m, n, k) =$ НОД(НОД$(m, n), k)$.

Работа с цифрами целого числа

4.11. Дано натуральное число n (количество цифр в числе заранее неизвестно). Проверить, совпадают ли первая и последняя цифры в записи числа n.

4.12. По заданному натуральному числу n найти число m, в записи которого цифры следуют в обратном порядке, например:

$$n = 1234, \quad m = 4321 \quad \text{или} \quad n = 14532, \quad m = 23541$$